Brevet des collèges Amérique du Sud septembre 2009

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Exercice 1

1. On pose
   $A = \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{4}$; $B = \dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{4}$ et $C = \dfrac{A}{B}$.
   Écrire le nombre C sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On pose $D = \left(2^3\right)^2$; $E = 4^5 \times 3^5$; $F = \dfrac{5^{26}}{5^{17}}$.
   Écrire sous la forme d'une puissance d'un nombre entier chacun des nombres D, E et F.
3. On donne $G = 5\sqrt{32} + \sqrt{18} - 4\sqrt{50}$.
   Écrire G sous la forme $a\sqrt{2}$.

Exercice 2

1. On pose $H = (x-4)^2 - x(x-10)$.
   a. Développer et réduire H.
   b. Résoudre l'équation $H = 16$.
2. On pose $I = (7x-3)^2 - 5^2$.
   a. Factoriser I.
   b. Résoudre l'équation $I = 0$.

Exercice 3

1. Déterminer le PGCD des nombres 5 148 et 2 431.
2. On pose $A = \dfrac{5\,148}{2\,431}$. Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

L'exercice n° 1 a été supprimé en conformité avec le nouveau programme.

Exercice 2

On donne la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur et qui n'est pas à reproduire.

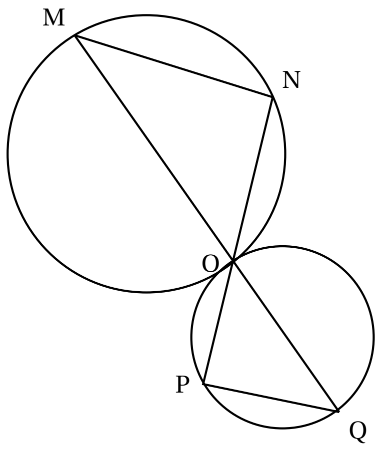
Les points M, O et Q sont alignés ainsi que les points N, O et P.
Les segments [OM] et [OQ] sont des diamètres des deux cercles tracés ; on donne : OM = 7,5 cm et OQ = 4,5 cm.

1. Prouver que le triangle MNO est rectangle en N.

   On admet pour la suite que le triangle OPQ est rectangle en P.

2. Justifier que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

3. Dans le cas où ON = 5 cm, calculer la distance OP.
Justifier.



PROBLÈME **12 points**

PREMIÈRE PARTIE

Une feuille de papier millimétré est nécessaire.
On rappelle que la longueur d'un cercle de rayon R est $2\pi R$*, que l'aire d'un disque de rayon R est* πR^2*.*
La figure 1 ci-dessous n'est pas en vraie grandeur ; elle a été réalisée à partir des indications suivantes :

Deux cercles de centre O et O′ se coupent en deux points A et B.
Le triangle OAB est rectangle en O et AB = 8 cm.
Le triangle ABO′ est équilatéral.

1. En commençant par le triangle AOB, tracer cette figure en vraie grandeur sur une feuille de papier millimétré.

2. Montrer que le segment [OA] mesure $4\sqrt{2}$ cm.

Montrer que l'arc de cercle de centre O, de rayon OA, représenté sur la figure 1, mesure $6\pi\sqrt{2}$ cm.

3. Choisir parmi les quatre nombres suivants celui qui est égal, en centimètres, à la longueur de l'arc de cercle de centre O′, de rayon O′A, représenté sur la figure 1. Aucune justification n'est demandée.

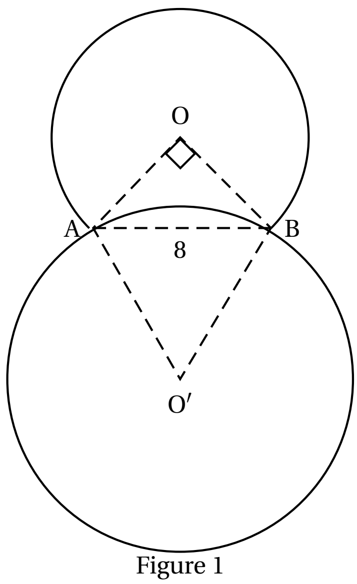


Figure 1

a. $\dfrac{8\pi}{3}$ **b.** $\dfrac{16\pi}{3}$ **c.** $\dfrac{40\pi}{3}$ **d.** 16π

DEUXIÈME PARTIE

On complète la figure 1 pour obtenir la figure 2 ci-contre. Les arcs de cercle tracés permettent d'obtenir une lentille (hachurée sur la figure) dont on souhaite calculer l'aire.

1. Soit H le pied de la hauteur issue de O dans le triangle OAB.

   Montrer que OH = 4 cm.

   On admet pour la suite que O′H = $4\sqrt{3}$ cm.
2. Calculer l'aire des triangles AOB et AO′B.
3. En remarquant que le secteur d'angle $\widehat{\text{AOB}}$ est un quart du disque de centre O, calculer l'aire de ce secteur. En déduire l'aire exacte de la partie inférieure de la lentille puis en donner l'arrondi au cm^2.
4. Proposer une méthode pour calculer l'aire totale de la lentille.

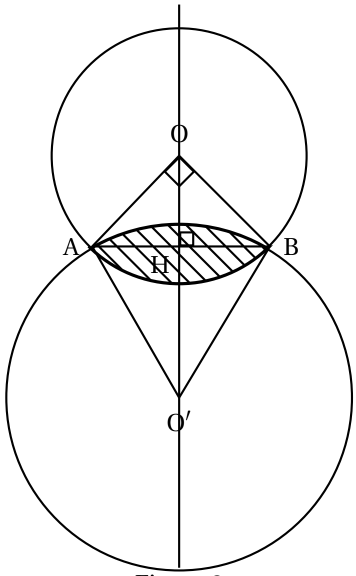


Figure 2